

# Tentamen Calculus voor Informatica en KI

## 28 januari 2011

- Rekenmachine is niet toegestaan.
- Formuleblad is niet toegestaan.
- Schrijf met pen.
- Geef exacte antwoorden, tenzij anders vermeld.

### 1. Differentiëren [5 + 8 = 13 punten]

- (a) Bereken de afgeleide van de functie

$$f(x) = x^2 \cdot \arctan(\sin(x))$$

- (b) Bereken de tweede orde Taylorbenadering rond  $x = 0$  van de functie

$$f(x) = \frac{1}{2 + \cos(x)}$$

### 2. Integreren [8 + 8 = 10 punten]

- (a) Bereken de bepaalde integraal

$$\int_1^4 \frac{x^3 + 2x^2 - 4x + 6}{x^2 + 3x} dx$$

- (b) Bereken de onbepaalde integraal

$$\int x \cdot \ln(x^2 + 1) dx$$

### 3. Differentiaalvergelijking (1) [8 punten]

Gegeven is de differentiaalvergelijking  $y' = y^2 \cdot (t + e^t)$ .

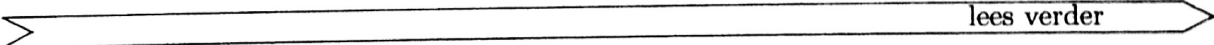
Los de differentiaalvergelijking op met beginwaarde  $y(0) = 2$ .

### 4. Functies van twee variabelen (1) [5 + 5 + 5 = 15 punten]

De functie  $f : \mathbb{R} \times \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  wordt gegeven door

$$f(x, y) = 2x^3 + 3x^2y + 3y^2 - 24y$$

- (a) Bereken een vergelijking van het vlak  $V$  dat de grafiek van  $f$  raakt in het punt  $P(2, -1, f(2, -1))$ .
- (b) Bereken de kritieke punten van  $f$ .
- (c) Ga bij elk van de kritieke punten na of het een minimum, een maximum of een zadelpunt betreft.

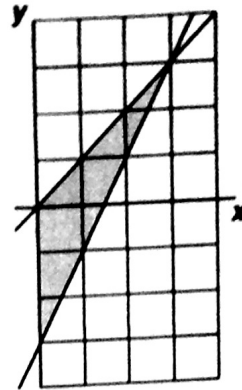
lees verder 

5. **Functies van twee variabelen (2) [10 punten]**

Het gebied  $G$  wordt ingesloten door de  $y$ -as, de lijn  $y = x$  en de lijn  $y = 2x - 3$ .  
Bereken de integraal van de functie

$$f(x, y) = \frac{2y}{3x + 3}$$

over het gebied  $G$ .



6. **Complexe getallen [5 + 5 = 10 punten]**

Schrijf je antwoorden in deze opgave in de vorm  $a + bi$ .

(a) Vind alle complexe getallen die voldoen aan de vergelijking

$$z^4 = -64$$

(b) Vind alle complexe getallen die voldoen aan de vergelijking

$$z^3 - 3z^2 + 8z - 6 = 0$$

7. **Differentiaalvergelijking (2) [9 punten]**

Geef de reële oplossingen van het beginwaardeprobleem

$$4x''(t) - 4x'(t) + 5x(t) = 0, \quad x(0) = 2, \quad x'(0) = 1$$

einde